

Standards for Mathematical Practice

استانداردهای کاربردی ریاضیات

استانداردهای کاربردی ریاضی انواع توانایی و تخصصهایی که می بایست به دانش آموزان توسط آموزگاران ریاضی در تمام سطوح آموزش داده شوند را در بر دارند. این شیوه ها بر مبنای "فرایندها و مهارتهای" مهم و دارای اهمیتی دیرین در سیستم آموزش استوارند. اولین بخش در NCTM حل مسئله، استدلال و اثبات، ارتباطات، ارائه و اتصالات می باشد. دومین بخش، مهارتهای ریاضی تعیین شده در گزارش شورای پژوهش ملی "Adding it Up": استدلال طبیعی، خبرگی استراتژی، درک مفهومی (درک مفاهیم ریاضی، عملیات و روابط) روان بودن رویه ها (مهارت در انجام روشها با انعطاف، دقت، کیفیت و متناسب) موقعیت پر بار (تمایل دائمی به دیدن ریاضیات به عنوان علمی معقول، مفید و بدرد بخور، همراه با باور به سعی و کوشش و موثر بودن خود فرد) می باشند.

۱) درک مسائل و پشتکار در حل آنها

دانش آموزان متبحر در ریاضی حل مسئله را با تشریح مفهوم آن و یافتن نقطه شروع برای راه حلشان آغاز می کنند. آنها داده ها، محدودیتها، روابط و اهداف را بررسی می کنند. آنها به جای اینکه با عجله شروع به حل مسئله نمایند فرم و مفهوم راه حل را بررسی کرده و مسیر حل مسئله را برنامه ریزی می کنند. آنها برای بدست آوردن بینش برای یافتن راه حل صحیح، مسئله های ساده تر و یا مشابه را حل می کنند. آنها روند پیشرفت خود را بررسی و ارزیابی کرده و در صورت نیاز تغییر مسیر می دهند. دانش آموزان بزرگتر ممکن است، بسته به محتویات مسئله، برای بدست آوردن اطلاعات معادلات جبری و یا صفحه نمودار ماشین حساب را تغییر دهند. دانش آموزان متبحر در ریاضی قادرند رابطه بین معادلات، توصیف کلامی، جدولها و نمودارها را توضیح داده یا مطالب مهم و روابطشان را بصورت نمودار رسم نموده و نظم گرایشها را جستجو کنند. دانش آموزان کم سنتر، ممکن است از اجسام واقعی یا تصویر برای کمک به درک و حل مسئله استفاده کنند. دانش آموزان متبحر در ریاضی با استفاده از روشهای مختلف جوابهایشان را چک کرده و همواره از خود می پرسند، "آیا این درست است؟" آنها قادرند در حل مسائل پیچیده راه حلهای دیگران را درک و ارتباط بین روشهای متفاوت را شناسایی کنند.

۲) استدلال انتزاعی و کمی

دانش آموزان متبحر در ریاضی مفهوم کمیت و رابطه آن در مسائل مشکل را می فهمند. آنها از دو توانایی مکمل برای حل مسائل مربوط به روابط کمی کمک می گیرند: توانایی جدا کردن یک کلمه از متن (*decontextualize*) – توانایی جدا کردن و نشان دادن یک وضعیت بصورت نمادین و دست بردن در سمبلهای نمادین بطوریکه آنها مفهوم خود را بدون مراجعه به مرجع حفظ نمایند، و توانایی قرار دادن یک کلمه در متن (*contextualize*) – در صورت نیاز توقف در فرایند دستکاری بمنظور کاوش در مراجع در مورد سمبلهای مورد بررسی. استدلال کمی مستلزم داشتن عادات ارائه منسجمی از مسئله مورد بررسی می باشد؛ در نظر گرفتن واحدهای اندازه گیری درگیر، توجه به معنی کمیتها و نه فقط محاسبه آنها؛ و دانستن و توان استفاده از خواص مختلف عملکرد و اشیاء.

۳) شکل دادن استدلال علمی معتبر و نقد استدلالهای دیگران

دانش آموزان متبحر در ریاضی از حدسیات، تعاریف و نتایج از پیش تعریف شده در شکل دادن به استدلال خود استفاده می کنند. آنها ابتدا راه حل را حدس زده سپس برای اثبات حدس خود از یک سری راه حلهای منطقی استفاده می کنند. آنها قادرند موقعیتها را با تقسیم کردن به قسمتهای کوچکتر بررسی کرده و مثالهای مخالف را شناسایی کرده و در حل مسئله از آنها استفاده کنند. آنها قادرند نتیجه گیری خود را توجیه کرده، با دیگران ارتباط برقرار نموده و به استدلال شان پاسخ دهند.

استدلال آنها استقرایی بوده و با توجه به محتوای مطلب برهانهای معقول و قابل قبول ارائه می دهند. دانش آموزان متبحر در ریاضی همچنین قادرند اثر دو استدلال معقول را مقایسه کرده، استدلال منطقی و صحیح را از استدلال ناقص تمیز داده و – در صورت داشتن نقصی در استدلال – آنرا توضیح دهند. دانش آموزان مقطع ابتدایی قادرند بر اساس مرجعهای واقعی و ملموس مانند اشیاء، طرحها، نمودارها و کارها استدلال کنند. این استدلالها با وجود اینکه هنوز بصورت کامل و رسمی برایشان شکل نگرفته اند ولی درست و با معنی می باشند. در سالهای بالاتر آنها ارتباط بین استدلال و دامنه ریاضی مربوطه اش را یاد می گیرند. تمام دانش آموزان در هر پایه تحصیلی می توانند به این استدلالها گوش داده و یا آنها را مطالعه نمایند، در مورد منطقی بودن آنها تصمیم گرفته و برای روشن کردن یا بهبود آنها در موردشان سؤال نمایند. دانش آموزان از طریق مقایسه، راه حل پیدا کرده و با استفاده از تناقض اثبات می کنند.

۴) الگو با ریاضیات

دانش آموزان متبحر در ریاضی قادرند معلومات ریاضی خود را برای حل مشکلات روزمره، جامعه و محیط کارشان استفاده کنند. در پایه های پایینتر، این توانایی می تواند به شکل نوشتن یک معادله ساده جمع باشد. در مقطع متوسطه، دانش آموز ممکن است از استدلال متناسب برای برنامه ریزی یک رویداد در مدرسه و یا تجزیه تحلیل یک مشکل در جامعه استفاده کند. در مقطع دبیرستان، دانش آموز ممکن است از هندسه برای حل یک مشکل طراحی و یا از توابع برای توضیح چگونگی وابستگی یک عامل به عامل دیگر استفاده کند. دانش آموزان متبحر در ریاضی که توانایی بکارگیری دانش خود را دارند قادرند برای ساده کردن یک موقعیت پیچیده، حدسیات یا تخمیناتی که شاید نیاز به تجدید نظر نیز داشته باشند، بزنند. دانش آموزان متبحر در ریاضی قادر به تشخیص کمتهای مهم در شرایط علمی بوده و می توانند رابطه شان را با استفاده از ابزارهایی همچون نمودارها، جدولها، فلوجارت و فرمولها ترسیم کنند. آنها برای نتیجه گیری نهایی، این رابطه ها را تجزیه و تحلیل کرده و مرتب نتایج خود را در بطن موقعیت تفسیر نموده و روی این مسئله که آیا نتیجه گیریشان معنی می دهد، فکر می کنند و در صورتیکه مدل مورد استفاده شان کمکی در رسیدن به هدف نکرده باشد آنرا بهبود می بخشند.

۵) استفاده از ابزار متناسب بصورت مدبرانه

دانش آموزان متبحر در ریاضی ابزار موجود را برای حل مسئله در نظر می گیرند. این ابزار ممکن است شامل مداد و کاغذ، مدلها و واقعی، خط کش، نقاله، ماشین حساب، ورقه کامپیوتر، سیستم جبری کامپیوتری، اطلاعات آماری و یا یک نرم افزار هندسی باشد. دانش آموزان ماهر با ابزار متناسب با پایه تحصیلی یا کلاس ریاضیشان آشنایی داشته و می دانند کدام وسیله برای چه موقعی مناسب بوده و در ضمن محدودیتهای آنها را نیز تشخیص می دهند. برای مثال دانش آموزان ماهر دبیرستانی از ماشین حساب نموداری برای حل نمودارهای توابع استفاده می کنند. آنها خطاهای احتمالی را با تخمین زدن و یا استفاده از دیگر معلومات ریاضی شان پیدا می کنند. آنها آگاهند که در هنگام ساختن الگوهای ریاضی، فن آوری میتواند در تجسم نتایج، حدسیات مختلف، کشف پیامدها و مقایسه پیش فرضیات با داده ها بهشان کمک کند. دانش آموزان متبحر در ریاضی در پایه های مختلف قادرند منابع مختلف خارجی مرتبط به ریاضیات مانند متون دیجیتالی در تارنماها را پیدا کرده و در طرح یا حل مسئله بکار گیرند. آنها قادر به استفاده صحیح از فن آوری جهت درک عمیقتر از مفاهیم ریاضی می باشند.

۶) دقت در صحت

دانش آموزان متبحر در ریاضی سعی بر برقراری ارتباط دقیق با دیگران دارند. آنها سعی بر استفاده از تعاریف صحیح در بحث با دیگران و استدلال خود دارند. آنها معنی علائمی را که استفاده می کنند عنوان کرده که شامل علامت مساوی بصورت متداوم و متناسب نیز می باشد. آنها هنگام تعیین واحد های اندازه گیری و نام گذاری محورها برای توضیح رابطه با مقادیر در مسئله محتاطانه عمل می کنند. آنها بطور دقیق و مناسب محاسبه کرده، جوابهای عددی را با دقت و متناسب با متن مسئله بیان می کنند. در مقطع ابتدایی، دانش آموزان توضیحات از پیش حساب شده و فرموله شده به یکدیگر می دهند.

تا زمانی که به مقطع دبیرستانی برسند یاد می‌گیرند که ادعاهای خود را بررسی کرده و از تعاریف موجود استفاده صریح و واضح نمایند.

۷) جستجو و استفاده از ساختار

دانش آموزان متبحر در ریاضی با دقت بیشتری جهت شناخت ساختار یا روال موجود به مسئله می‌نگرند. برای مثال دانش آموزان جوانتر ممکن است متوجه شوند که هفت تا بیشتر از سه مساوی با سه تا بیشتر از هفت است، یا آنها ممکن است اشکال را بر اساس تعداد اضلاعشان دسته بندی و از هم جدا کنند. در سالهای آتی، دانش آموزان متوجه می‌شوند که 8×7 مساوی است با $3 \times 7 + 5 \times 7$ در مسیر یادگیری. در معادله $x^2 + 9x + 14$ دانش آموزان بزرگتر تشخیص می‌دهند که عدد 14 مساوی با 2×7 و عدد 9 مساوی با $2 + 7$ است. آنها اهمیت خط وجود در یک شکل هندسی را تشخیص داده و می‌تواند از طریق استفاده از یک خط کمکی برای حل مسائل استفاده کند. آنها همچنین قادرند جهت مرور مسئله به عقب برگشته و تغییر روش دهند. آنها چیزهای پیچیده را می‌بینند، مثلاً می‌فهمند که بعضی معادلات جبری بصورت یک شیء و یا مجموعه ای از اشیاء می‌باشد. برای مثال آنها می‌فهمند که در معادله $(x-y)^2 - 3 = 5$ ، عدد 5 منهای یک عدد مثبت ضربدر عددی به توان رسیده می‌باشد و تشخیص میدهند که بدون توجه به عدد واقعی x و y مقدار آن نمی‌تواند بیشتر از 5 باشد.

۸) جستجو و بیان نظم در استدلالهای تکراری

دانش آموزان متبحر در ریاضی متوجه تکرار محاسبات شده و همزمان بدنبال راه حل عمومی و میانبر هستند. دانش آموزان پایه های بالاتر دبستان متوجه می‌شوند که در هنگام تقسیم 25 بر 11 ، محاسبه مکرراً تکرار می‌شود، نتیجه می‌گیرند که پاسخ یک عدد اعشاری تکراری دارد. آنها در هنگام محاسبه شیب بارها نقاط روی خط از طریق $(1, 2)$ با شیب 3 را بررسی می‌کنند، دانش آموزان متوسطه ممکن است معادله $(x-1)/(y-2) = 3$ را از آن جدا کنند. توجه به این موضوع که در صورت بسط دادن معادله قسمتهایی از آنها همدیگر را حذف می‌کنند $(x+1)(x-1)$ ، $(x^2 + x + 1)$ ، $(x^3 + x^2 + x + 1)$ ، $(x-1)$ ممکن است آنها را به سمت فرمول کلی مجموع هندسی هدایت کند. دانش آموزان متبحر در ریاضی همزمان کار بر روی جزئیات مسئله به کلیات هم توجه می‌کنند. آنها بطور مداوم نتایج خود را مسؤلانه ارزیابی می‌کنند.

اتصال استانداردهای کاربردی ریاضیات به استانداردهای محتوای ریاضیات

استانداردهای کاربردی ریاضیات، روشهایی که دانش آموزان در حال یادگیری ریاضیات در طول سالهای تحصیلی در مقطع دبستان، راهنمایی و دبیرستان با ممارست و بلوغ فکری فرا می‌گیرند را توضیح می‌دهند. طراحان برنامه های درسی، ارزیابی ها و برنامه های توسعه حرفه ای، می‌بایست به این مسئله که در آموزش ریاضیات، تمرینهای ریاضی باید مرتبط به محتوای درس باشند، توجه نمایند.

استانداردهای محتوای ریاضیات ترکیبی متعادل از روشها و درک مطالب می‌باشند. درخواستهایی که با کلمه "بفهم" آغاز می‌شوند اغلب مطالب خوبی هستند که تمرینها را به محتوای درسی متصل می‌کنند. معمولاً دانش آموزانی که متوجه مطلبی نمی‌شوند بر روی روش حل مسئله زیاد تکیه می‌کنند. دانش آموزان در صورت نداشتن پایه ای انعطاف پذیر در حل مسئله، به احتمال قوی کمتر می‌توانند از مسائل مشابه، حل مسئله بصورت منسجم، توجیه نتیجه گیری، بکار بری ریاضی در موقعیتهای عملی، استفاده آگاهانه از فن آوری در حل مسائل ریاضی، توضیح صحیح ریاضی به دیگر دانش آموزان، عقبگرد برای یک مرور کلی از یک روش شناخته شده برای پیدا کردن میانبر استفاده کنند. بطور خلاصه، عدم درک صحیح مطلب، عمیقاً از یادگیری شیوه های ریاضی جلوگیری میکند.

در این راستا، استانداردهایی که انتظار درک مطلب را تعیین میکنند، "نقاط تقاطع" بین استانداردهای شیوه های ریاضیات و استانداردهای محتوای ریاضیات می باشند. این نقاط تقاطع مفاهیم مرکزی در درس ریاضی بوده که هدف اصلیشان بهبود برنامه درسی، آموزش، ارزیابی، توسعه حرفه ای و موفقیت دانش آموزان در درس ریاضی می باشند.